

Trpaslíčí astrokvíz

Na začátek nejdříve vzorové řešení úloh z Bílého trpaslíka č. 130, poskytnuté přímo autorem. Za řešení zasláná zájemci o tento kvíz mnohokrát děkujeme, budou vyhodnocena všechna současně na konci soutěže. Za odpovědmi a dalšími otázkami je opět Pavol

Habuda. Odpovědi (včetně zdůvodnění) zasílejte poštou (*Marek Kolasa, J. Vrchlického 3, 736 01 Havířov-Podlesí*) nebo emailem (*apo@seznam.cz*) do redakce do 15. 8. 2006.

- (1) Predstavme si, že Zem sa na svojej dráhe okolo Slnka nezastaví úplne, ale že jej zostane nejaká malá rýchlosť. Potom by Zem obiehala okolo Slnka po eliptickej dráhe. Čím Zem viacej zastane na svojej dráhe, tým bude elipsa pretiahnutejšia. V extrémnom prípade by Zem pri pohybe po tejto elipse prešla len niekoľko kilometrov, či metrov od ohniska tejto elipsy. Ak by Zem mala veľmi malú hmotnosť, ohnisko by sa zhodovalo so stredom Slnka. Ak by mala svoju súčasnú hmotnosť, ohnisko jej dráhy by bolo zhruba 500 kilometrov od stredu Slnka.

V extrémnom prípade teda Zem bude obiehať po veľmi pretiahnutej elipse, kde excentricita sa bude blížiť jednej, $e \rightarrow 1$. Veľká poloos tejto elipsy bude polovičná voči súčasnej veľkej poloosi. Pre obežnú dráhu bude podľa Keplerovho zákona platiť

$$\left(\frac{T_{e \rightarrow 1}}{T_{e \rightarrow 0}}\right)^2 = \left(\frac{a_{e \rightarrow 1}}{a_{e \rightarrow 0}}\right)^3; \quad a_{e \rightarrow 1} = \frac{1}{2} a_{e \rightarrow 0} \quad (1)$$

$$T_{e \rightarrow 1} = \frac{T_{e \rightarrow 0}}{2^{3/2}}, \quad (2)$$

kde indexy $e \rightarrow 0$ a $e \rightarrow 1$ popisujú premenné pred a po zastavení Zeme. $T_{e \rightarrow 1}$ je doba obehu padajúcej Zeme po elipse. Lenže samotný pád trvá iba polovičný čas, teda

$$t = \frac{T_{e \rightarrow 1}}{2} = \frac{T_{e \rightarrow 0}}{2^{5/2}} = \frac{T}{\sqrt{32}} = 64,6 \text{ dňa.} \quad (3)$$

- (2) Pozrime sa, z akej výšky pozerá človek na horizont z vysokých pohorí. Podľa obrázku dostávame

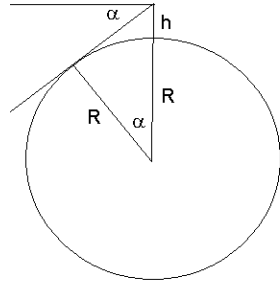
$$\cos \alpha = \frac{R_{Zeme}}{R_{Zeme} + h_{pohoria}}. \quad (4)$$

Zoberme si napr. taký Mt. Everest. Jeho výška je 8 848 metrov. Ak by sme nemali zaclonený výhľad, tak by sme videli horizont 3 stupne pod ideálnym matematickým horizontom. Mt. Everest sa nachádza na 28° severnej šírky, teda prakticky na obratníku Raka. Je ale obklopený okolitými vrchmi, čo zvyšuje výšku okolitého skutočného horizontu. Naproti tomu také Kilimandžáro je vysoké „iba“ 5 900 metrov, ale leží iba 3 stupne od rovníka a nemá okolo seba žiadne vysoké pohoria. Ak sa pozrieme na obrázok, je výsledok jasný. Zatmelý Mesiac môžeme vidieť nad obzorom v rovnakom čase ako Slnko. Môžeme teda vidieť obe telesá nad obzorom celé a Mesiac bude pritom vo fáze úplného zatmenia. Refrakcia nám iba pomôže.

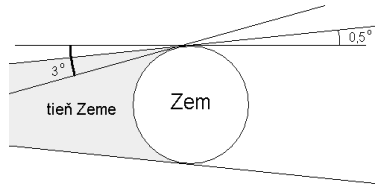
- (3) Slnko sa nachádza na ekliptike. Avšak Slnko nevykonáva po oblohe pohyb po najväčšej kružnici¹. Ak zanedbáme denný pohyb, tak sa Slnko po oblohe pohybuje po kružnici s konštantnou deklináciou. To je kružnica so stredom v svetovom póle.

1 Najväčšia kružnica je také kružnica, ktorá rozdeľuje oblohu na dve rovnako veľké časti. Alebo tiež môžeme povedať, že najväčšia kružnica je kružnica, majúca stred v pozorovateľovi. Nakreslite si situáciu na papier.

Táto kružnica sa dotýka horizontu (pretína ho pod uhlom $\theta = 0^\circ$) pri deklinácii Slnka $\delta = 90 - \varphi$, kde φ je zemepisná šírka. Ak je deklinácia Slnka vyššia, Slnko nikdy nezapadne a obzor vôbec nepretína. Obzor pretína pod najväčším uhlom na rovníku: $\theta_{\max.} = 90 - \varphi$. Úhol, pod ktorým pretína deklinačná kružnica horizont spočítame tak, že si najdeme dotyčnice horizontu a deklinačnej kružnice Slnka v priesečníku oboch kružníc a nájdeme uhol, ktorý zvierajú tieto dve priamky. Postup nebudem matematicky odvodzovať, môžete si ho nájsť v učebnici sférickej geometrie. Ešte jedna vec dokazuje, že na Zemi existuje miesto, kde vidíme zároveň Slnko a Mesiac počas zatmenia. Ak sa počas úplného zatmenia pozriete na Mesiac, tak ho vidíme celkom výrazne. Je to spôsobené tým, že lúče prechádzajú zemskou atmosférou, dopadajú na mesačný povrch a od neho sa odrážajú späť na Zem. Existuje teda na Zemi miesto, kde vidíme iba vďaka refrakcii nad obzorom aj Slnko aj Mesiac. Ak k tomu pripočítame aj pokles horizontu s výškou, dostaneme predchádzajúci výsledok.



Obr. 1 k riešeniu úlohy (3).



Obr. 2 k riešeniu úlohy (3).

- (4) Ak by na Zemi nebol vzduch, obe telesá dopadnú na zem narovna. Vzduch pôsobí na telesá odporovou silou. Preto na povrch dopadne skôr kladivo, ako klobúk.
- (5) Podľa štatistiky by sme Slnko nemali počítať medzi hviezdy v „okolí Slnka“ v prípade, že počet hviezd $N \gg 1$.
Paralaxa $0,01''$ nám dáva maximálnu vzdialenosť $100 \text{ pc} = 326$ svetelných rokov. Objem tejto oblasti je $32,6^3$ -krát väčší ako objem okolia Slnka do vzdialenosti 10 svetelných rokov. Bude v nej aj toľkokrát viacej hviezd, teda približne 380 000 hviezd. Pre toľkoto hviezd sme približne schopní určiť paralaxu. Stále je to ale minimálne množstvo voči zhruba 150 miliardam hviezd, ktoré obsahuje naša Galaxia.